**Бондар Денис. Варіант 10**

Написати програму обчислення (2n + 1)!! (n > 0). Вхідні дані: n = 2

**1. Написати рекурсивну SIPL-функцію**

**func** f(N) = **if** N<=0 **then** 1 **else** (2 \* N + 1) \* f(N - 1)

**2. Побудувати семантичний терм**

**3. Побудувати 3 апроксимації**

**4. Провести тестування побудованих апроксимацій на вхідних даних**

Обчислимо значення умови:

отже,

(st)

Обчислимо значення умови:

отже,

(st) =

mult ((st)

Обчислимо спочатку значення другого аргументу:

Обчислимо значення умови:

отже,

= (st) =

mult ((st)

Обчислимо спочатку значення другого аргументу:

Обчислимо значення умови:

Таким чином, = 1

mult ()(st)= mult(add(mult( ,) , =

= mult(add(mult( = 3

mult ()(st)= mult(add(mult( ,) , =

= mult(add(mult( = 15

**5. Довести правильність рекурсивної програми**

За наведеними вище апроксимаціями можна припустити, що -та апроксимація матиме наступний загальний вигляд:

Доведемо це твердження методом математичної індукції

1) База індукції

, що очевидно вірно

, що теж очевидно вірно

2) Крок індукції

Припустимо, що твердження виконується для , і доведемо, що воно виконується для

За неперервністю (отже, і монотонністю) оператора маємо, що якщо , то

Таким чином, залишається довести, що , та

Нехай . Тоді

Умова:

Обчислимо третій аргумент композиції на стані :

Стан для суперпозиції буде:

Розглянемо значення в залежності від значення

* Якщо , то , отже, за припущенням

Тоді результат

* Якщо , то , отже, і також , що й треба було показати.

В усіх випадках показано, що результат буде відповідний, отже твердження доведено.

Якщо ми розглянемо ланцюг апроксимацій, то границею і буде шукана функція .

**Теоретичні результати, використані в пункті**

◉ *Рекурсивні визначення* – це такі визначення, в правій частині яких використовується посилання на поняття, що визначається.

Такі визначення мають вид

Рекурсивне визначення можна тлумачити

* *операційно*, тобто вказати алгоритм, за яким можна обчислити рекурсивно визначений об’єкт
* *денотаційно*, тобто як рівняння, розв’язком якого є нерухомі точки (НТ) оператора

◉ *Метод послідовних наближень*

Береться початкове наближення . Далі обчислюється послідовність наближень

За результат береться границя обчисленої послідовності:

◉ *Множина -область (індуктивна множина, -домен)*, якщо

* на введено частковий порядок
* в існує найменший елемент
* є повною ЧВМ

◉ Відображення , задане на ЧВМ (), – *неперервне за Гейне*, якщо ланцюга з виконується рівність

◉ Відображення – монотонне, якщо

**△ Лема 1**

Нехай (, ) – ЧВМ та – неперервне відображення. Тоді – *монотонне*

▲ **Теорема Кнастера-Тарського-Кліні**

Нехай *-область*, – неперервне відображення, задане на цій області. Тоді існує найменша

нерухома точка , яка позначається та для якої справедлива наступна формула:

де

Ця теорема стверджує наявність найменшого розв'язку рекурсивного рівняння, який може бути знайдений методом послідовних наближень.

Операцію взяття найменшої нерухомої точки (ННТ) можна трактувати як оператор , де - множина неперервних відображень із в .

**△ Монотонність**

Відображення монотонне, тобто

**▲ Неперервність**

Якщо *-область*, то відображення на ній – неперервне, тобто .

*Література, використана в теоретичній частині:* **М. С. Нікітченко. Теорія програмування. Частина 1***.*